

Písemka z Prosemináře z teorie čísel, 22. května 2007

1. příklad (5 bodů)

Najdi všechna $x, y, z \in \mathbb{Z}$ taková, že $12x + 10y + 15z = 1$.

2. příklad (5 bodů)

Najdi všechna $x, y \in \mathbb{Z}$ taková, že $7x^2 - 5y^2 = 3$.

3. příklad (5 bodů)

Najdi všechna $x, y, z \in \mathbb{Z}$ taková, že $x^3 = 2y^3 + 4z^3$.

4. příklad (5 bodů)

V závislosti na rozkladu čísla n na součin prvočinitelů vyjádři hodnotu $d(n)$ (a dokaž, že tomu tak vskutku je).

5. příklad (5 bodů)

Dokaž, že je-li n složené číslo, je $\sigma(n) > n + \sqrt{n}$.

6. příklad (5 bodů)

Najdi všechna $x, y \in \mathbb{Z}$ taková, že $x^2 - 3x - 10 = 49y$.

7. příklad (5 bodů)

Najdi všechna $x, y \in \mathbb{Z}$ taková, že $y^3 = x^3 + 5x^2 + 12x + 8$.

8. příklad (5 bodů)

Najdi všechna $x, y \in \mathbb{Z}$ taková, že $xy = x + y$.

K získání zápočtu je potřeba aspoň 25 bodů. Přeji hodně zábavy při řešení (: